

# МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕТЕВОГО ТРАФИКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УСТОЙЧИВЫХ ПРОЦЕССОВ

**А. Г. Барановский, Н. Н. Труш**

---

*Белорусский государственный университет*

*Минск, Беларусь*

*Естественно-гуманитарный университет*

*Седлице, Польша*

*E-mail: artiom.baranovskiy@gmail.com, TroushNN@bsu.by*

Самоподобная пульсирующая структура сетевого трафика оказывает сильное влияние на производительность сети и является характерной особенностью современных телекоммуникационных сетей, что делает исследование этой структуры актуальной задачей.

В данной работе исследуются свойства сетевого трафика и рассматривается построение математической модели на основе устойчивых процессов.

*Ключевые слова:* сетевой трафик, самоподобный процесс, устойчивый процесс.

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ СЕТЕВОГО ТРАФИКА

Выберем для исследования выборку данных сетевого трафика из источника [1], полученную из наблюдений TCP (Transmission Control Protocol)-пакетов с портом источника или назначения 25 в период с 11:00 до 12:00 5 сентября 2005 года. Наблюдаемые TCP-пакеты составляют запросы изнутри сети университета Наполи наружу к почтовому серверу, а также его ответы.

С помощью программы *tcptrace* выберем из записи наблюдений сетевого трафика данные о количестве проходящих байт за период времени со следующими параметрами агрегации  $m$  (таблица 1).

*Таблица 1*

### Уровни агрегации

$m$ , параметр агрегации	период времени, сек
1	0.01
10	0.1
100	1
1000	10
10000	100

На рис. 1 приведен случай  $m = 100$ .

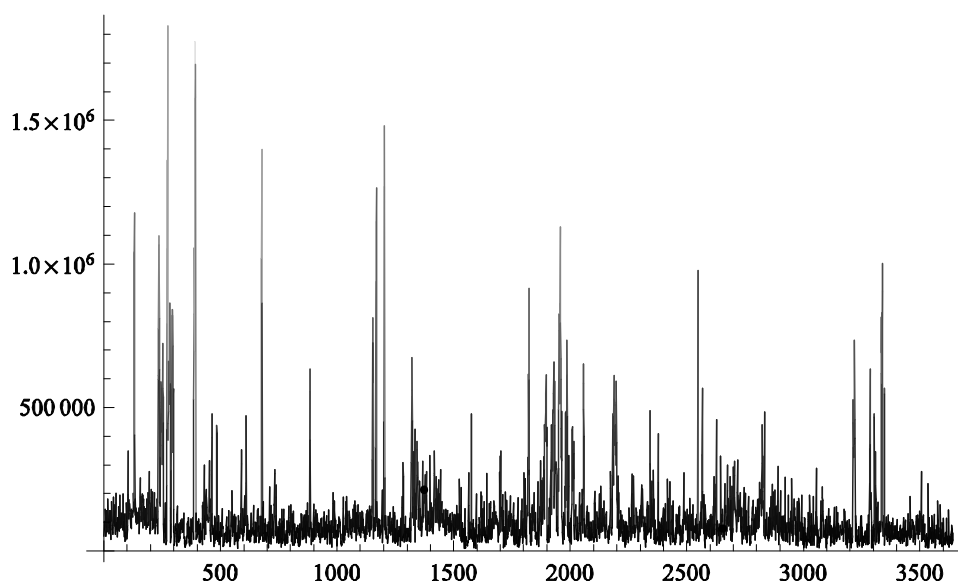


Рис. 1. График агрегированного ряда с  $m = 100$

По исходным данным с помощью пакета Wolfram Mathematica 9 вычислены следующие описательные статистики (таблица 2).

Таблица 2

#### Описательные статистики

Число наблюдений	237662
Минимум	581
Максимум	6270294
Среднее арифметическое	139511
Среднеквадратичное отклонение	277722
Коэффициент асимметрии	4.397
Коэффициент эксцесса	33.694

Из полученных статистических показателей можно предположить, что нормальная и пуассоновская модели не могут точно описать столь асимметричный процесс с тяжелым хвостом.

**Определение.** Случайный процесс  $X = (X_t)_{t \geq 0}$  со значениями в  $R^d$  называется самоподобным [2], если для каждого  $a > 0$  можно найти такое  $b > 0$ , что

$$Law(X_{at}, t \geq 0) = Law(bX_t, t \geq 0). \quad (1)$$

С наглядной точки зрения это означает, что изменение временной шкалы приводит к тому же самому результату, что и изменение фазовой шкалы.

**Определение.** Если для любого  $a > 0$  из предыдущего определения параметр  $b = a^H$ , то случайный процесс  $X = (X_t)_{t \geq 0}$  будет называться самоподобным процессом с параметром Херста  $H$  [2].

Для  $\alpha$ -устойчивых процессов  $H = 1/\alpha$  [2].

Величина  $D = 1/H$  называется фрактальной размерностью случайного процесса  $X$  [2].

**Определение.** Процесс  $X$  называется точно самоподобным [3] с параметром  $\beta$  ( $0 < \beta < 1$ ), если выполняются следующие условия:  $D_m = D/m^\beta$ ,  $D$  – дисперсия процесса  $X$ ,  $D_m$  – дисперсия агрегированного процесса  $X^{(m)}$ , полученного уменьшением размера шкалы наблюдений  $X$  в  $m$  раз. Автокорреляционная функция (АКФ) сохраняется на всех масштабах:  $R(k, X^{(m)}) = R(k, X)$ ,  $k = 0, 1, \dots$

**Определение.** Процесс  $X$  называется асимптотически самоподобным [3] с параметром  $\beta$  ( $0 < \beta < 1$ ), если для больших  $k$  выполняются условия:  $D_m = D/m^\beta$ ,  $D$  – дисперсия процесса  $X$ ,  $D_m$  – дисперсия агрегированного процесса  $X^{(m)}$ , полученного уменьшением размера шкалы наблюдений  $X$  в  $m$  раз. Параметр  $\beta$  связан с параметром Херста  $H$  соотношением  $\beta = 2(1 - H)$ . АКФ сохраняется при  $m \rightarrow \infty$ :  $R(k, X^{(m)}) \rightarrow R(k, X)$ ,  $k = 0, 1, \dots$

Особенностью самоподобных процессов является то, что АКФ не стремится к нулю при  $m \rightarrow \infty$ .

Для оценки параметра Херста  $H$  и фрактальной размерности  $D$  исходного ряда воспользуемся методом, предложенным в [3].

Вычислим дисперсию агрегированного процесса  $D_m$  с параметрами  $m = 1, 10, 100, 1000, 10000$  и построим график зависимости (рис. 2).

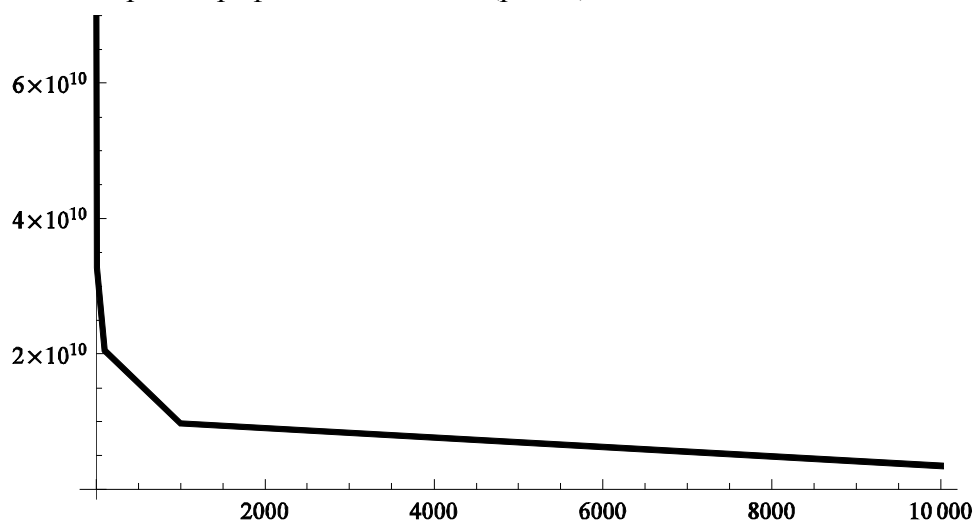


Рис. 2. График зависимости дисперсии  $D_m$

Прологарифмируем и построим линейный тренд (рис. 3), чтобы оценить коэффициент  $\beta$  – угловой коэффициент наклона линии тренда.

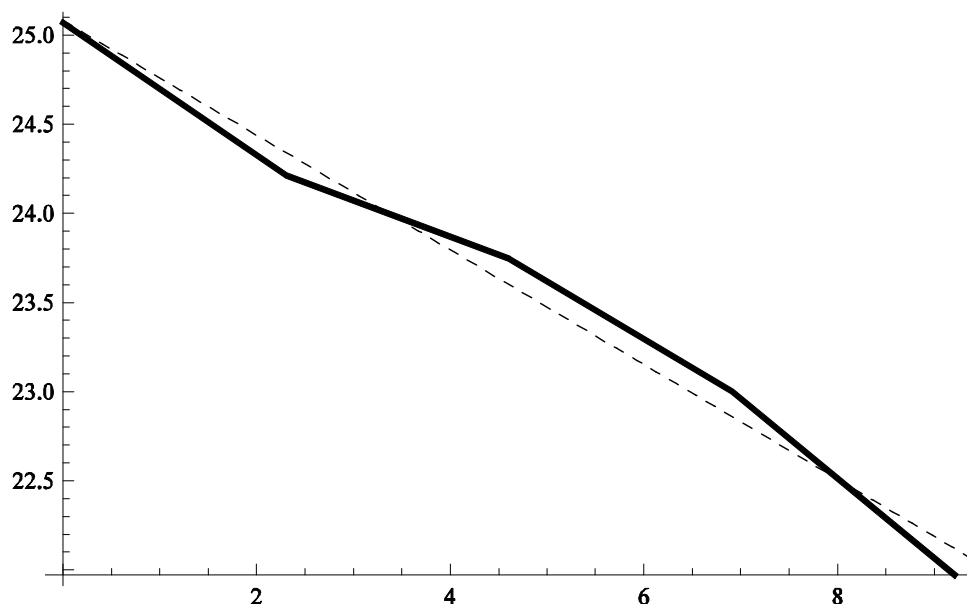


Рис.3. График логарифмической зависимости дисперсии  $D_m$  и ее линейного тренда

Таким образом найдена оценка коэффициента  $\beta = 0.322$  и в свою очередь оценка параметра Херста  $H = 0.839$ , что является допустимым для самоподобного процесса. Фрак-

тальная размерность процесса  $D = 1.192$ . Ряд обладает долговременной зависимостью [4], тенденция его изменения может быть спрогнозирована.

**Определение.** Стационарный дискретный процесс обладает долговременной зависимостью, если автокорреляционная функция  $r(k)$  не суммируема,  $\sum_{k=0}^{\infty} r(k) = \infty$ .

Построив график автокорреляционной функции (рис. 4), очевидно, что исходные данные обладают свойством долговременной зависимости.

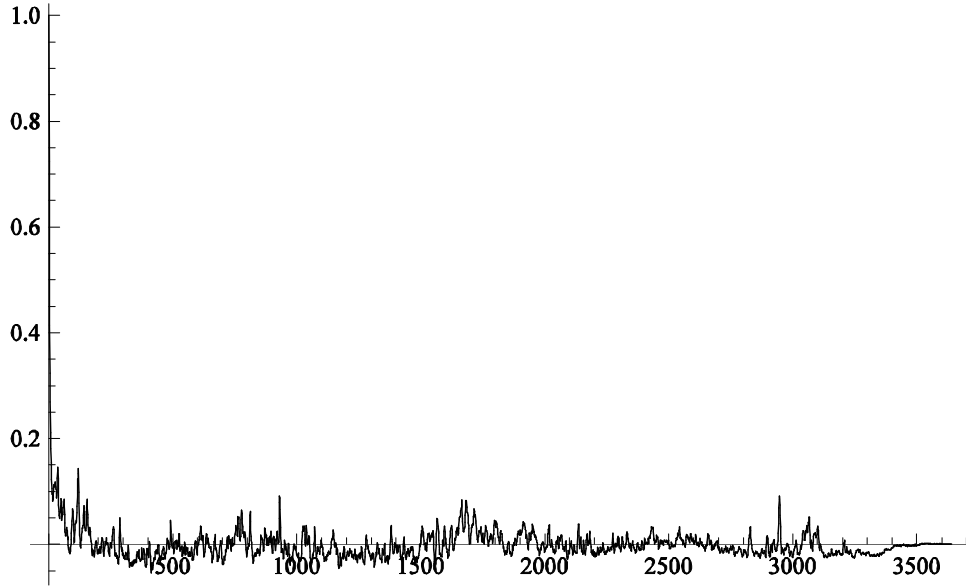


Рис 4. График автокорреляционной функции

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕТЕВОГО ТРАФИКА С ПОМОЩЬЮ УСТОЙЧИВЫХ ПРОЦЕССОВ

В качестве модели сетевого трафика используем устойчивый процесс  $\varepsilon_t$  [5], где  $\varepsilon_t$  — случайная величина из устойчивого распределения с параметрами  $(\alpha, \beta, \mu, \sigma)$  для всех  $t$ . Устойчивое распределение с параметрами  $(\alpha, \beta, \mu, \sigma)$  однозначно определяется с помощью характеристической функции:

$$\phi(\alpha, \beta, \mu, \sigma) = \begin{cases} \exp\left[i\mu t - \sigma|t|\left(1 + \frac{2i\beta}{\pi} \operatorname{sgn}(t) \ln|t\sigma|\right)\right], & \alpha = 1; \\ \exp\left[i\mu t - |t\sigma|^\alpha \left(1 + i\beta \tan \frac{\pi\alpha}{2} \operatorname{sgn}(t) \left(|t\sigma|^{1-\alpha} - 1\right)\right)\right], & \alpha \neq 1, \end{cases} \quad (2)$$

где  $0 < \alpha \leq 2$ ,  $-1 \leq \beta \leq 1$ ,  $\mu \in R$ ,  $\sigma > 0$ .

Произведем оценку параметров модели по имеющимся данным методом максимального правдоподобия, используя следующую логарифмическую функцию правдоподобия:

$$L_n(\alpha, \beta, \mu, \sigma) = \sum_{i=1}^n \ln f(x_i; \alpha, \beta, \mu, \sigma), \quad (3)$$

где  $f(x; \alpha, \beta, \mu, \sigma)$  — аппроксимированная с помощью дискретного преобразования Фурье плотность устойчивого распределения с параметрами  $(\alpha, \beta, \mu, \sigma)$ .

Также оценим параметры нормальной и пуассоновской моделей по методу максимального правдоподобия.

С помощью встроенных функций пакета Wolfram Mathematica 9 получены следующие оценки параметров (таблица 3).

Таблица 3

Оценки параметров

Модель	$\alpha$	$\beta$	$\mu$	$\sigma$	Мат. ожидание	Дисперсия
Пуассоновская	-	-	118445.446	-	118445.446	118445.446
Нормальная	-	-	118445.446	143353.433	118445.446	143353.433
Устойчивая	1.197	0.999	68804.337	28162.131	180950	-

Для проверки результатов построим гистограмму имеющихся данных и сравним с плотностями распределения построенных моделей (рис. 5).

Пуассоновская модель показала плохой результат с совершенно неподходящим масштабом, в то время как преимущество устойчивой модели перед нормальной очевидно из графического сравнения (нормальная модель – пунктирная, устойчивая – сплошная линия).

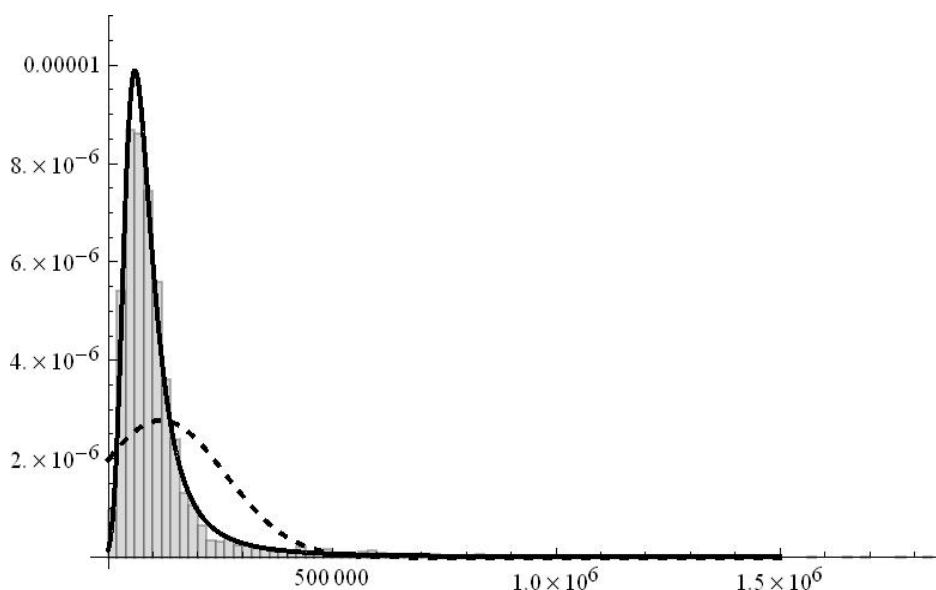


Рис. 5. Гистограмма сетевого трафика в сравнении с устойчивой и нормальной моделями

## ЛИТЕРАТУРА

1. Traffic and Tools [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://traffic.comics.unina.it/Traces/traces.php>. Дата доступа: 05.01.2015.
2. Ширяев, А. Н. Основы стохастической финансовой математики / А. Н. Ширяев. М. : ФАЗИС, 1998. 512 с. (С. 277–278).
3. Бельков, Д. В. Анализ сетевого трафика методом агрегирования / Д. В. Бельков, Е. Н. Едемская. // Сборник научных работ ДонНТУ. Серия «Информатика, кибернетика, вычислительная техника». Вып. 13(185). Донецк : ДонНТУ, 2011. С. 66–75.
4. Бельков, Д. В. Статистический анализ сетевого трафика / Д. В. Бельков, Е. Н. Едемская, Л. В. Незамова // Сборник научных работ ДонНТУ. Серия «Информатика, кибернетика, вычислительная техника». Вып. 13(185). Донецк : ДонНТУ, 2011. С. 66–75.
5. Simmross-Wattenberg, F. Modelling network traffic as alpha-stable stochastic processes. An approach towards anomaly detection / F. Simmross-Wattenberg [et al] // Proc. VII Jordanas de Ingenierna Telematica (JITEL). Valladolid, 2008. P. 25–32.